Teoremi di Euclide: esercizi e problemi di primo grado

1. Determinare il perimetro e l'area di un triangolo rettangolo sapendo che un cateto e la sua proiezione sull'ipotenusa misurano cm 40 e cm 32. [120; 600]

2. Determinare i cateti di un triangolo rettangolo sapendo che l'ipotenusa e la proiezione di un cateto sull'ipotenusa misurano cm 100 e cm 36. [60; 80]

3. Determinare il perimetro di un triangolo rettangolo, sapendo che l'area è cm^2 80 e che l'ipotenusa è divisa dalla relativa altezza in due parti, una quadrupla dell'altra. [$4(5 + 3\sqrt{5})$]

4. In un triangolo rettangolo l'ipotenusa è cm 50 e le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa stanno come 16 : 9. Determinare il perimetro e l'area del triangolo dato. [120; 600]

5. In un triangolo rettangolo, un cateto è uguale ai 5/3 dell'altezza relativa all'ipotenusa. Determinare il perimetro del triangolo dato, sapendo che l'area è cm^2 150. [60]

6. Determinare il perimetro di un triangolo rettangolo, sapendo che l'area è cm^2 600 e che l'ipotenusa è uguale ai 25/9 della proiezione di un cateto su di essa. [120]

7. Sia CH l'altezza relativa all'ipotenusa AB di un triangolo rettangolo ABC. Sapendo che $AH : HB = 9 : 16$, e che il perimetro del triangolo AHC è inferiore di cm 12 al perimetro del triangolo BHC, determinare il perimetro e l'area del triangolo ABC. [60; 150]

8. Determinare il perimetro di un triangolo rettangolo, sapendo che l'ipotenusa supera il cateto minore di cm 30 e che l'altezza relativa all'ipotenusa è uguale ai 3/4 della proiezione del cateto maggiore sull'ipotenusa. [180]

9. Determinare il perimetro e l'area di un triangolo rettangolo, sapendo che l'altezza relativa all'ipotenusa è cm 3 e che la somma di un cateto e della sua proiezione sull'ipotenusa è cm 6. [15; 9,375]

10. Il perimetro di un triangolo rettangolo misura cm 60. Sapendo che il rapporto tra un cateto e la sua proiezione sull'ipotenusa è 5/3, determinare l'area del triangolo dato. [150]

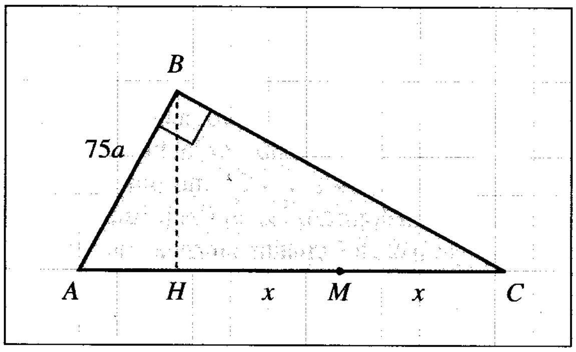
11. In un trapezio rettangolo il rapporto delle basi è 16/25 e la somma degli altri due lati è cm 54. Determinare il perimetro e l'area del trapezio sapendo che la diagonale minore è perpendicolare al lato obliquo. [136; 984]

12. Determinare il perimetro e l'area di un triangolo rettangolo ABC, sapendo che il cateto AB sta all'altezza BH relativa all'ipotenusa AC come 3 : 2 e che il perimetro del triangolo BHC misura $2a \cdot (5 + \sqrt{5})$. [$3a(5 + \sqrt{5})$; $9a^2\sqrt{5}$]

13. Determinare l'ipotenusa di un triangolo rettangolo, sapendo che un cateto è cm 45 e che l'altro cateto e la sua proiezione sull'ipotenusa stanno come 5 : 4. [75]

14. Nel triangolo rettangolo ABC, l'altezza AH relativa all'ipotenusa BC è uguale ai 12/13 del cateto AB. Sapendo che il raggio della circonferenza inscritta nel triangolo AHC è cm 6, determinare il perimetro dei triangoli AHC ed ABC. [90; 97,5]

15. Nel triangolo ABC, rettangolo in B, il cateto AB misura $75a$. Determinare la



la distanza del vertice D dalla diagonale AC, dimostrare che il rettangolo di dimensioni uguali ad AB e DE è equivalente al rettangolo di dimensioni uguali a BC e CD.

61. Nel triangolo rettangolo ABC il cateto minore AB misura cm $2\ (2 + \sqrt{2})$, l'ipotenusa AC misura cm $4\ (3 + 2\sqrt{2})$ e la bisettrice dell'angolo A interseca BC nel punto D. Determinare la misura della proiezione di AB su AC e dimostrare che la perpendicolare condotta da D ad AC passa per il punto medio della mediana relativa ad AC. [2]

62. Sia CH l'altezza relativa all'ipotenusa AB del triangolo rettangolo ABC. I punti D di AH ed E di HB sono tali che la somma dei rettangoli aventi per lati l'uno AH ed HE e l'altro DH ed HB è equivalente al quadrato di lato CH. Dimostrare che $AD : DH = HE : EB$. E viceversa.

63. È dato il quadrilatero convesso $ABCD$ con $\hat{A}$ retto, $\hat{C}$ ottuso, AB = cm $9\sqrt{5}$, BC = cm 15 e le diagonali perpendicolari. Sapendo che la perpendicolare in C a BC interseca BD nel punto P che dista cm 20 da D, determinare l'area del quadrilatero dato e la distanza del punto A da PC. *(Si ha* $\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 = \overline{BD} : \overline{BP}$*, da cui scomponendo ...).* [675; 24]

Teoremi di Euclide: problemi di secondo grado

1. In un triangolo rettangolo ABC sia CH l'altezza relativa all'ipotenusa AB. Sapendo che AC = cm 6 e che $AB + 3AH$ = cm 21, determinare la misura di CH. *(Posto* $\overline{AH} = x$*, si ha* $\overline{AB} = 21 - 3x$*).* [*Due soluzioni:* $3\sqrt{3}$ e $2\sqrt{5}$]

2. In un triangolo rettangolo ABC il cateto AC misura cm 12 e il triplo dell'ipotenusa AB supera di cm 34 il doppio della proiezione HB del cateto CB sopra AB. Determinare la misura di AB. *(Posto* $\overline{AB} = 2x$*, si ha* $\overline{HB} = 3x - 17$ *e quindi* $\overline{AH} = 17 - x$*).* [*Due soluzioni:* 16 e 18]

3. In un triangolo rettangolo ABC l'altezza CH relativa all'ipotenusa AB misura cm 6. Sapendo che il triplo di AB supera AH di cm 30, determinare la misura di AB. *(Posto* $\overline{AH} = 3x$*, si ha* $\overline{AB} = x + 10$ *e quindi* $\overline{HB} = ...$*).* [*Due soluzioni:* 12 e 13]

4. In un triangolo ABC, rettangolo in C, l'altezza CH misura cm 12 ed il quadruplo di AB supera AH di cm 84. Determinare la misura di AB. [*Due soluzioni:* 24 e 25].

5. In un triangolo ABC, rettangolo in C, l'altezza CH misura cm 30. Sapendo che $5AH + 3HB$ = cm 345, determinare la misura di AB. *(Posto* $\overline{HB} = 5x$*, si ha* $\overline{AH} = 69 - 3x$*).* [*Due soluzioni:* 75 e 109]

6. In un triangolo rettangolo ABC sia CH l'altezza relativa all'ipotenusa AB. Sapendo che AC = cm 28 e che $2AB + 7AH$ = cm 210, determinare la misura di AH. *(Posto* $\overline{AB} = 7x$*, si ha* $\overline{AH} = 30 - 2x$*).* [*Due soluzioni:* 14 e 16]

7. In un triangolo rettangolo ABC, sia CH l'altezza relativa all'ipotenusa AB. Sapendo che AC = cm 60 e che $5AB + 16AH$ = cm 1120, determinare la misura di AH. *(Posto* $\overline{AB} = 16x$*, si ha* $\overline{AH} = 70 - 5x$*).* [*Due soluzioni:* 25 e 45]

8. In un triangolo rettangolo ABC, sia CH l'altezza relativa all'ipotenusa AB. Sapendo che AH supera di cm 3 la metà di CH e che AB supera di cm 1 il doppio di CH, determinare l'area del triangolo. *(Conviene porre* $\overline{CH} = 2x$*).* [*Due soluzioni:* 5 e 150]

9. In un triangolo rettangolo ABC, l'ipotenusa AB supera di cm 1 il doppio dell'altezza CH ad essa relativa. Sapendo che AH supera di cm 6 la metà di CH, determinare l'area del triangolo.
[*Due soluzioni:* 39 e 410]

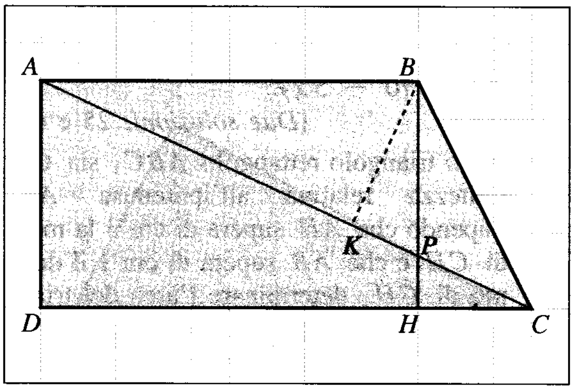
10. In un triangolo rettangolo ABC, l'ipotenusa AB supera di cm 1 il doppio dell'altezza CH ad essa relativa. Sapendo che AH supera di cm 5 i 2/3 di CH, determinare l'area del triangolo.
[*Due soluzioni:* 39 e 915]

11. Determinare il perimetro e l'area del triangolo ABC, rettangolo in A, sapendo che il cateto AB misura $20a$ e che il punto medio della sua proiezione sull'ipotenusa dista $17a$ da C. [$60a$; $150a^2$]

12. Determinare il perimetro e l'area di un triangolo rettangolo sapendo che il cateto minore misura $2a\sqrt{5}$ e che la differenza tra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa misura $6a$. [$2a\,(5 + 3\sqrt{5})$; $20a^2$]

13. Nel triangolo rettangolo ABC, la proiezione BH del cateto BC sull'ipotenusa AB misura cm 2. Determinare il perimetro del triangolo ABC sapendo che $3 \cdot AH = 8 \cdot BC$. [$12\,(2 + \sqrt{2})$]

14. Nel trapezio $ABCD$ rettangolo in A e D, la diagonale maggiore AC interseca l'altezza BH nel punto P tale che $BP = 2 \cdot PC$ e la proiezione del segmento BP su PA misura $4a$. Sapendo che $PH = 2a$ ed $AC = 20a$, determinare il perimetro e l'area del trapezio. *(Posto $PC = ax$ si ha $BP = 2ax$. Dal triangolo rettangolo APB si ha $AP : PB = BP : KP$ da cui $AP = ax^2$; ma $AP + PC = AC$, quindi...).*
[$2a\,(5 + 2\sqrt{7} + 9\sqrt{3})$; $90a^2\sqrt{3}$]



15. Sia CH l'altezza relativa all'ipotenusa AB del triangolo rettangolo ABC. Sapendo che $AH = HB + BC$ e $BC = 2a$, determinare il perimetro e l'area del triangolo ABC.
[$2a\,(3 + \sqrt{3})$; $2a^2\sqrt{3}$]

16. Sia CH l'altezza relativa all'ipotenusa AB del triangolo rettangolo ABC. Sapendo che AH supera di cm 7 i 3/4 di CH e che BH è superato di cm 6 dai 5/4 di CH, si determini l'area del triangolo ABC. [*Due soluzioni:* 150 e 3164]

17. Nel triangolo rettangolo ABC l'altezza BH relativa all'ipotenusa AC misura cm $3\sqrt{2}$. Il punto P di AH dista cm 1 da H e il punto Q di HC dista cm 4 da H. Sapendo che $AP = QC$, determinare il perimetro e l'area del triangolo ABC.
[$3\,(3 + \sqrt{3} + \sqrt{6})$; $13{,}5\sqrt{2}$]

18. Nel triangolo rettangolo ABC l'altezza BH relativa all'ipotenusa AC misura $4a$ e la distanza del vertice A dal punto medio del segmento HC misura $6a$. Determinare il perimetro del triangolo.
[*Due soluzioni:* $2a\,(5 + 3\sqrt{5})$ e $8a\,(1 + \sqrt{2})$]

19. Determinare il perimetro e l'area di un triangolo acutangolo isoscele, sapendo che il circocentro dista cm 1 dalla base e che il lato supera di cm 4 il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo.
[$6\,(4 + \sqrt{7})$; $27\sqrt{7}$]

20. Sia CH l'altezza relativa all'ipotenusa AB del triangolo rettangolo ABC. Il punto E di AH dista cm 1 da A e il punto F di HB è tale che $AE : EH = HF : FB$. Sapendo che $AB =$ cm 25 e che $EH = HF$, determinare il perimetro e l'area del triangolo ABC.
[$5\,(5 + 3\sqrt{5})$; 125]

21. Sia CH l'altezza relativa all'ipotenusa AB del triangolo rettangolo ABC. Il punto M di AH dista cm 14 da A ed il punto N di HB dista cm 4 da B. Sapendo che $AH = 2 \cdot HB$ e che $AM : MH =$

$= HN : NB$, determinare il perimetro e l'area del triangolo dato.
[$11\ (3 + \sqrt{3} + \sqrt{6})$; $181{,}5\ \sqrt{2}$]

22. Nel triangolo rettangolo ABC la proiezione AH del cateto AB sull'ipotenusa AC misura cm 3. Il punto P di HC dista cm 4 da H. Sapendo che $AH : HC = PC : HP$, determinare l'area del triangolo ABC. [$13{,}5\ \sqrt{2}$]

23. La proiezione AH del cateto AC, del triangolo rettangolo ABC, sull'ipotenusa AB misura cm 4. Sapendo che $AC + AH = 2 \cdot HB$, determinare l'area del triangolo ABC. [$9\sqrt{5}$]

24. Nel triangolo acutangolo ABC l'altezza relativa al lato BC è AH ed HC misura cm $\sqrt{2}$. Il piede P della perpendicolare condotta da H ad AB è tale che $AP : BH = 1 : \sqrt{6}$. Supposto che il rettangolo di lati AP e PB è equivalente al rettangolo di lati BH ed HC, calcolare l'area del triangolo ABC. [$6\sqrt{2}$]

25. Sia BH l'altezza relativa all'ipotenusa AC del triangolo rettangolo ABC, sia M il punto di AB tale che $AM : MB = 2 : 3$ e sia N il punto di BC tale che $NC = CH$. Sapendo che $AB =$ cm 5 e che $AH : AM = BM : BN$, determinare il perimetro del triangolo ABH. *(Porre $\overline{AH} = x$; due soluzioni).*
[12 e $7 + \sqrt{21}$]

Teoremi delle bisettrici: esercizi e problemi di primo grado

1. Nel triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D. Sapendo che AB supera di cm 2 i 7/6 di AD, che BC supera di cm 4 i 7/8 di AD, e che DC supera di cm 2 i 3/4 di AD, determinare il perimetro del triangolo ABC. (*Posto $\overline{AD} = x$, il teorema della bisettrice dà $x = 24$*). [99]

2. Nel triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D. Sapendo che AB supera di cm 4 i 4/5 di BC, che AD supera di cm 7 i 2/4 di BC, e che DC supera di cm 5 i 5/8 di BC determinare il perimetro del triangolo ABC. *(Posto $\overline{BC} = x$, il teorema della...).* [133]

3. Nel triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D. Sapendo che i 5/4 di AB superano BC di cm 3, che AD supera di cm 4 i 2/4 di AB, e che CD supera di cm 3 i 5/8 di AB, determinare il perimetro del triangolo ABC. *(Da $\frac{5}{4}AB = BC + 3$ si ha $BC = \frac{5}{4}AB - 3$. Posto $\overline{AB} = x$, ...).* [85]

4. Nel triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D. Sapendo che AB supera di cm 10 i 5/8 di CD, che BC supera di cm 5 i 5/6 di CD, e che AD supera di cm 6 i 3/4 di CD, determinare l'area del triangolo ABC. [168]

5. Nel triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D. Sapendo che AB supera CD di cm 2, che AD supera di cm 2 i 2/5 di CD, e che i 5/2 di CD superano BC di cm 5, determinare l'area del triangolo ABC. [96]

6. Nel triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D, con $3\,AB = 5\,CD$. Sapendo che BC supera di cm 3 i 9/10 di AB e che i 2/3 di AB superano AD di cm 2, determinare la misura della bisettrice BD. [24]

7. Nel triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D, con l'altezza CH del trapezio, dista cm 42 da C. Sapendo che $AB = AC$, dimostrare che $CM = MN$ e che CM è la bisettrice dell'angolo ACD, e determinare il perimetro del trapezio. *(È $CN = 2 \cdot MD$).* [344]

68. Nel triangolo ABC, il cui lato AB misura cm 80, la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D distante cm 45 da A. Sapendo che la bisettrice dell'angolo C interseca AB nel punto P tale che $\overline{AP}^2 - \overline{PB}^2 = 2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{BP}$, determinare il perimetro del triangolo ABC. *(Poiché $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$, posto $\overline{AP} = x$ e $\overline{PB} = y$...).* [170]

69. Nel triangolo ABC isoscele sulla base AB, la bisettrice dell'angolo B interseca AC in D. Sapendo che $\overline{BD}^2 - \overline{AD}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AD}$, dimostrare che e $\overline{AB} \cdot \overline{BC} = \overline{BD}^2 + \overline{CD} \cdot \overline{DA}$.

70. Nel triangolo acutangolo isoscele ABC la base AC misura cm 28 e la distanza OM del circocentro O dal lato AB è uguale alla terza parte di AC. Sapendo che $AB + BC = OA + OB + OC$, determinare il raggio della circonferenza ABC e verificare che CM è la bisettrice dell'angolo che AC forma con l'altezza CH relativa ad AB. *(Nel triangolo rettangolo OAM...).* $\left[\frac{16}{3}\sqrt{7}\right]$

71. Nel triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D. Sapendo che $AB : AD = (AB + BC + AC) : (AB + AD)$, dimostrare che il triangolo dato è isoscele.

72. L'ipotenusa AB del triangolo rettangolo ABC è lunga cm 25 e il cateto BC è 3/4 dell'altro. La perpendicolare alla retta della bisettrice dell'angolo in B condotta dal punto medio M di AC interseca AB in L. Dimostrare che l'angolo AML è uguale alla metà dell'angolo in B e calcolare il perimetro del triangolo AML. *(Da M si conduca la parallela a BC e la perpendicolare a...).* $[3(5 + \sqrt{5})]$

73. Sia $AH =$ cm $6\sqrt{7}$ l'altezza relativa alla base BC del triangolo isoscele ABC e sia BK l'altezza relativa al lato AC. La bisettrice dell'angolo KBC intersechi AC nel suo punto medio M. Sapendo che $KM : MC = 4 : 3$, calcolare l'area del triangolo ABC. $[84\sqrt{7}]$

Teoremi delle bisettrici: problemi di secondo grado

1. In un triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D che dista cm 15 da A. Sapendo che $AB + 3CD =$ cm 66 e che $BC =$ cm 24, determinare il perimetro del triangolo ABC. *(Posto $\overline{CD} = x$, si ha $\overline{AB} = 66 - 3x$. Il teorema della...).* [*Due soluzioni:* 81 e 85]

2. In un triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D che dista cm 18 da A. Sapendo che $AB + 2CD =$ cm 72 e che $BC =$ cm 35, determinare il perimetro del triangolo ABC. [*Due soluzioni:* 104 e 110]

3. Dato un triangolo ABC con $BC =$ cm 42, si sa che la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D che dista cm 20 da A e che $4AB + 5CD =$ cm 260. Determinare il perimetro del triangolo ABC. *(Posto $\overline{CD} = 4x$, si ha $\overline{AB} = 65 - 5x$, $20 : 4x = (65 - 5x) : 42$. Il prodotto dei medi è uguale al...).* [*Due soluzioni:* 120 e 121]

4. In un triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D che dista cm 14 da A. Sapendo che $3AB + 4DC =$ cm 156 e che $BC =$ cm 36, determinare il perimetro del triangolo

ABC. *(Posto $\overline{CD} = 3x$, si ha $\overline{AB} = 52 - 4x$).* [*Due soluzioni:* 95 e 96]

5. In un triangolo isoscele ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D che dista cm 8 da A. Sapendo che $3AB + 4CD =$ cm 108 e che $BC =$ = cm 30, determinare il perimetro del triangolo ABC. *(Una soluzione si scarta perché... non è isoscele).* [70]

6. In un triangolo rettangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D che dista cm 5 da A. Sapendo che $2AB + 5CD =$ cm 50 e che BC cm 12, determinare il perimetro e l'area del triangolo ABC. *(Una soluzione si scarta perché...).* [36; 54]

7. In un triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D che dista cm 12 da A. Sapendo che $3AB + 4CD =$ cm 204 e che $BC =$ cm 70, determinare il perimetro del triangolo ABC. *(Una soluzione si scarta perché... è degenere).* [143]

8. In un triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D che dista cm 10 da A. Sapendo che $2AB + 5CD =$ cm 70 e che $BC =$ cm 12, determinare la misura della bisettrice BD. [*Due soluzioni:* 10 e $6\sqrt{5}$]

9. In un triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D che dista cm 24 da A. Sapendo che $3AB + 4CD =$ cm 228 e che $BC =$ cm 45, determinare la misura della bisettrice BD. [*Due soluzioni:* 30 e $24\sqrt{2}$]

10. In un triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D che dista cm 24 da A. Sapendo che $3AB + 8CD =$ cm 384 e che $BC =$ cm 63, determinare la misura della bisettrice BD. [*Due soluzioni:* $24\sqrt{5}$ e $24\sqrt{7}$]

11. In un triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D. Sapendo che $3BC - AB =$ cm 168, $5BC - AD =$ cm 320 e $5BC - DC =$ = cm 300, determinare il perimetro del triangolo *(Porre $\overline{BC} = x$).* [*Due soluzioni:* 192 e 220]

12. In un triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D. Sapendo che $4BC - 3AB =$ cm 42, $5BC - 3AD =$ cm 75 e $5BC + - 3DC =$ cm 60, determinare il perimetro del triangolo. *(Posto $\overline{BC} = 3x$, si ha $\overline{AB} = 4x - 14$, $\overline{AD} = 5x + - 25$, $\overline{DC} = 5x - 20$).* [*Due soluzioni:* 60 e 77]

13. In un triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D. Sapendo che $5AB - DC =$ cm 200, $10BC - 7DC =$ cm 360 e $2AD + - DC =$ cm 20, determinare il perimetro del triangolo. *(Conviene porre $\overline{DC} = 10x$).* [*Due soluzioni:* 182 e 230]

14. Nel triangolo ABC il lato AB misura $10a$ e la bisettrice dell'angolo A interseca BC nel punto D che dista $7a$ da C. Determinare l'area dei triangolo, sapendo che il suo perimetro misura $36a$. [$24a^2\sqrt{6}$]

15. Nel triangolo ABC, il cui lato BC è lungo cm 7, la bisettrice dell'angolo C interseca AB nel punto D distante cm 5 da B. Sapendo che $\overline{AB} \cdot \overline{BC} = \overline{AD}^2 + - \overline{DB}^2$, determinare il perimetro del triangolo ABC. [40,8]

16. Nel triangolo ABC rettangolo in B, il punto M di AB dista cm 12 da A e il punto N di BC dista cm $5\sqrt{7}$ da B. Sapendo che AM è medio proporzionale tra BM ed MN, determinare il perimetro del triangolo BMN. Sapendo che CM è la bisettrice dell'angolo BCA, determinare il perimetro del quadrangolo $ACNM$. [$5(5 + \sqrt{7})$; $4(7 + 4\sqrt{7})$]

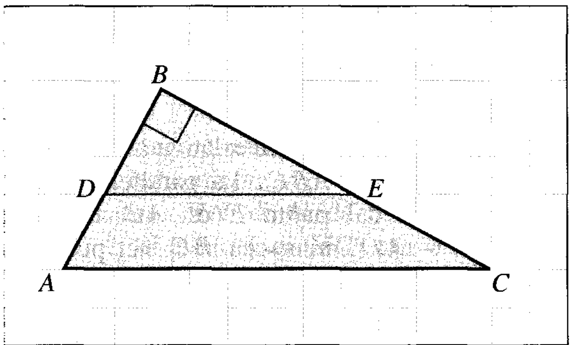
17. Nel triangolo ABC ottusangolo in B, la bisettrice dell'angolo A interseca BC nel punto E che dista cm $\sqrt{5}$ da B e cm $5\sqrt{5}$ da C. Detta CD l'altezza relativa ad AB, è noto che BD supera AB di cm 3. Determinare l'area del triangolo ABC e il perimetro del triangolo ADC. [18; 36]

18. Nel triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D distante cm 12 da C e il punto P di AB, distante cm 2 da A, è tale che $PB : BC = 2 : 9$. Sapendo che $AD = BP$, determinare il perimetro del triangolo ABC e verificare

Teorema di Talete: esercizi e problemi di primo grado

1. In un triangolo ABC una parallela ad AC interseca AB nel punto D e BC nel punto E, con $3\,BD = 5\,EC$. Sapendo che BE supera di cm 6 il doppio di EC e che AD è lungo 2 cm meno dei 5/6 di EC, determinare la misura del lato AB. *(Posto $\overline{EC} = 3x$ si ha $\overline{BD} = 5x$, $\overline{BE} = 6x + 6$, $\overline{AD} = \dfrac{5}{2}x - 2$; il teorema di Talete dà $x = 4$).* [28]

2. Nel triangolo ABC, rettangolo in B, una parallela ad AC interseca AB nel punto D e BC in E, con $5\,AD = 2\,BE$.



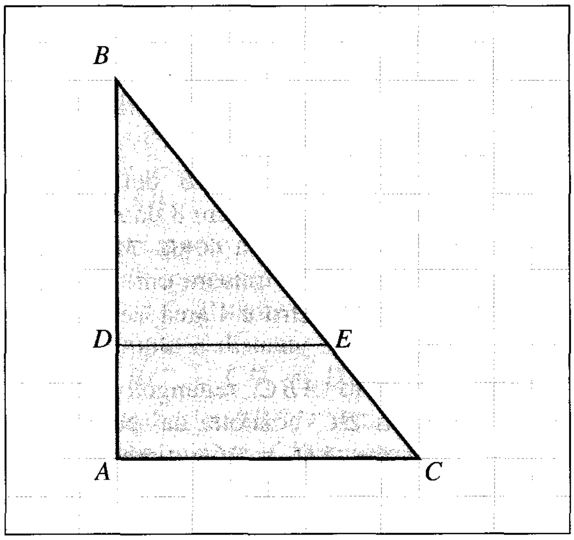
Sapendo che EC supera di cm 4 gli 8/15 di EB e che BD è lungo cm 5 meno dei 3/4 di EB, determinare l'area del triangolo BDE. [1200]

3. Nel triangolo rettangolo ABC una parallela all'ipotenusa AC interseca AB in D e BC in E. Sapendo che BD supera di cm 16 i 4/3 di AD, che BE supera di cm 20 i 2/3 di AD e che EC supera di cm 6 i 2/4 di AD, determinare la lunghezza dell'ipotenusa AC. *(Posto $\overline{AD} = x$, il teorema di Talete dà $x = 24$).* [90]

4. Nel triangolo rettangolo ABC una parallela all'ipotenusa AC interseca AB in D e BC in E, con $3\,BD = 8\,EC$. Sapendo che BE supera di cm 5 i 5/3 di EC e che AD è lungo 4 cm meno degli 8/5 di EC, determinare il perimetro del triangolo ABC. *(Posto $\overline{EC} = 3x$, si ha $\overline{BD} = 8x$).* [180]

5. Nel triangolo rettangolo ABC una parallela all'ipotenusa AC interseca AB in D e BC in E. Sapendo che AD supera di cm 2 i 2/4 di BD, che BE supera di cm 6 i 3/2 di BD e che EC supera di cm 7 i 3/4 di BD, determinare la lunghezza dell'ipotenusa AC. [$20\sqrt{5}$]

6. Nel triangolo ABC, rettangolo in A, una parallela ad AC interseca AB in D e BC in E, con $5\,AD = 2\,BE$. Sapendo che BD supera di cm 4 i 2/3 di BE e che



CE è lungo 3 cm meno dei 3/5 di BE, determinare la lunghezza del cateto AC. [27]

7. Nel triangolo ABC, rettangolo in A, una parallela ad AC interseca AB in D e BC in E. Sapendo che BE supera di cm 12 il doppio di BD, che AD supera di cm 2 i 2/6 di BD e che CE supera di cm 10 i 2/3 di BD, determinare la lunghezza del cateto AC. [$36\sqrt{2}$]

8. Nel triangolo ABC, rettangolo in A, una parallela ad AC interseca AB in D e BC

in E. Sapendo che BE supera di cm 15 il doppio di EC, che AD supera di cm 4 i 2/3 di EC e che BD supera di cm 20 i 4/3 di EC, determinare il perimetro del triangolo BDE. [180]

9. Nel triangolo rettangolo ABC una parallela all'ipotenusa AC interseca AB in D e BC in E, con $BD = 2EC$. Sapendo che AD supera di cm 4 i 6/5 di EC e che BE è lungo cm 5 meno dei 5/3 di EC, determinare il perimetro del triangolo ABC. [300]

10. Nel triangolo rettangolo ABC una parallela all'ipotenusa AC interseca AB in D e BC in E. Sapendo che AD supera di cm 1 i 2/3 di EC, che BD supera di cm 10 i 5/3 di EC e che BE supera di cm 10 i 5/2 di EC, determinare il perimetro del trapezio $ADEC$. [136]

11. Nel triangolo ABC rettangolo in A, il punto D di AB dista cm 16 da A e la parallela ad AC condotta da D interseca BC nel punto P che dista cm 15 da B e cm 20 da C. Determinare il perimetro dei triangoli ABC e BPD. [84; 36]

12. Il punto M del cateto AB del triangolo rettangolo ABC dista cm 8 da A e cm 16 da B. Sapendo che la corda MN parallela al cateto AC misura cm 12, determinare il perimetro e l'area del trapezio $AMNC$. [48; 120]

13. Nel triangolo ABC rettangolo in B, la parallela a BC condotta dal punto D di AB tale che $AD = 16a$, interseca AC nel punto E distante $5a$ da C. Sapendo che $AE = 5 \cdot BD$, determinare il perimetro del triangolo ABC e l'area del triangolo ADE. [$60a$; $96a^2$]

14. Nel triangolo rettangolo ABC il cateto AB è lungo cm 20 e la perpendicolare ad AB condotta da un suo punto E interseca l'ipotenusa AC nel punto F che dista cm 10 da A. Sapendo che EF = cm 6, determinare il perimetro dei triangoli AEF ed ABC e provare che FB biseca l'angolo EFC. [24; 60]

15. Nel triangolo rettangolo ABC il cateto AB e l'ipotenusa AC misurano cm 36 e cm 39. La parallela a BC condotta da un punto P di AB interseca AC nel punto Q che dista cm 10 da P. Determinare il rapporto $AP : AQ$ e il perimetro del triangolo APQ. Verificare che il trapezio $BPQC$ è circoscrittibile ad una circonferenza. [12/13; 60]

16. Nel trapezio $ABCD$ rettangolo in A e D, la base maggiore AB è lunga cm 24. Detto P il punto comune alle rette AD e BC, determinare il rapporto $AP : BP$ ed il perimetro del trapezio, sapendo che PC = = cm 10 e PD = cm 8. [4/5; 84]

17. Nel trapezio rettangolo $ABCD$, la base maggiore AB, l'altezza AD e il lato obliquo BC misurano rispettivamente cm 28, cm 6 e cm 10. Sapendo che le rette AD e BC s'intersecano in E, determinare il rapporto $EC : ED$ ed il perimetro del triangolo CDE. [5/3; 60]

18. Nel triangolo ABC l'angolo A è ampio 45° e la perpendicolare ad AB condotta dal suo punto medio M interseca AC in H. Dimostrare che BH è perpendicolare ad AC.

19. Sia CD la bisettrice relativa all'angolo C del triangolo ABC. La parallela ad AB condotta dal punto E di AC tale che $AE = AD$, interseca BC nel punto F. Dimostrare che $BF = BD$.

20. Nel trapezio isoscele $ABCD$, il lato obliquo AD e la sua proiezione AH sulla base maggiore AB misurano cm 50 e cm 40. Detto P il punto comune alle rette BC ed HD, è noto che $BP = AP +$ $+ PD$. Determinare il rapporto $CP : PD$, il perimetro del triangolo AHP e l'area del triangolo BHC. Verificare che questi ultimi due triangoli sono isoperimetri ed equivalenti. [5/3 ; 140; 840]

21. Nel triangolo ABC rettangolo in B, la parallela ad AB condotta dal punto P di BC distante $3a$ da C, interseca AC nel punto Q distante $5a$ da C. Determinare l'area del triangolo ABC sapendo che il trapezio $ABPQ$ e il quadrato di lato AQ sono isoperimetri. [$24a^2$]

22. Nel triangolo ABC rettangolo in C, il punto P di AB è tale che $AP : PB =$ $= 11 : 5$. La parallela ad AC condotta

62. Data una circonferenza, da un punto A esterno ad essa si conducano le secanti AE lunga $39a$, la cui parte esterna AF misura $21a$, ed AM la cui parte esterna AN misura $9a$. Sapendo che MN è un diametro, determinare la distanza della corda EF dal centro della circonferenza. [$40a$]

63. Due triangoli rettangoli aventi gli angoli uguali sono proporzionali ai quadrati delle rispettive ipotenuse.

64. Un triangolo ABC rettangolo in C, è equivalente al quadruplo di un triangolo $A'B'C'$ rettangolo in C'. Sapendo che $\hat{A} = \hat{A}'$, determinare il rapporto $AB : A'B'$. [2]

65. La misura del raggio della circonferenza circoscritta ad un triangolo si ottiene dividendo il prodotto delle misure di due lati per il doppio della misura dell'altezza relativa al terzo lato.

66. Determinare il perimetro e l'area di un triangolo acutangolo inscritto in una circonferenza di raggio $7a\sqrt{3}$, sapendo che due suoi lati misurano $21a$ e $24a$. [$60a$; $90a^2\sqrt{3}$]

67. In due triangoli rettangoli aventi gli angoli uguali, il rapporto dei perimetri è uguale al rapporto delle rispettive ipotenuse.

68. Un triangolo rettangolo ABC ha l'ipotenusa AB di cm 15 e il perimetro di cm 55. Tracciata una corda DE = cm 9 parallela ad AB, determinare il perimetro del triangolo CDE. [33]

69. Da un punto A esterno ad una circonferenza si conducono una tangente, il cui punto di contatto dista $24a$ da A, e una secante la cui parte esterna misura $16a$. Determinare la lunghezza della parte di secante interna alla circonferenza. [$20a$]

70. Se due triangoli rettangoli hanno gli angoli uguali, le ipotenuse sono proporzionali alle rispettive altezze.

71. Nel triangolo ABC rettangolo in B, l'altezza relativa all'ipotenusa misura cm 36. La parallela ad AC, condotta dal punto P di AB distante cm 15 da B, interseca BC nel punto Q distante cm 20 da B. Determinare il perimetro del trapezio $APQC$. [170]

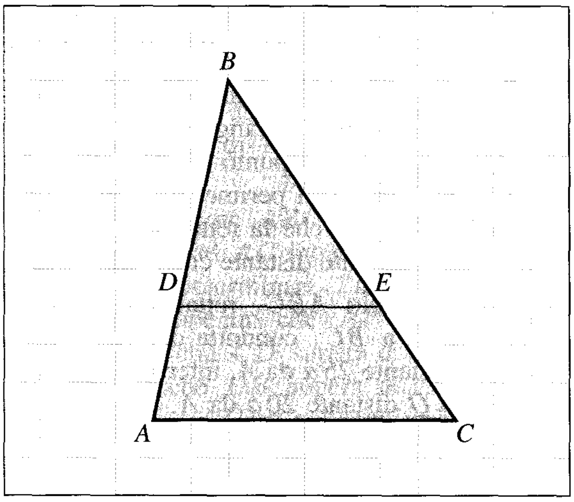
72. Data la corda $AB = 20a$ di una circonferenza, da un punto P del prolungamento di AB si conduce la secante PC la cui parte esterna PD misura $20a$. Sapendo che il punto E comune alle corde AD e BC dista $20a$ da A e $8a$ da B, determinare la lunghezza della secante AP e il perimetro del triangolo CDE. [$50a$; $132a$]

Teorema di Talete: problemi di secondo grado

1. In un triangolo ABC il punto D del lato AC dista cm 4 da A. La parallela ad AB condotta da D interseca BC nel punto E che dista cm 15 da C. Sapendo che $CD + 2BE$ = cm 22, determinare la misura del lato AC. *(Posto* $\overline{BE} = x$, *si ha* $\overline{CD} = 22 - 2x$. *In ogni proporzione numerica: il prodotto dei medi è uguale...).* [*Due soluzioni:* 14 e 16]

2. In un triangolo ABC il punto D del lato AB dista cm 6 da A. La parallela a BC condotta da D interseca AC nel punto E che dista cm 36 da C. Sapendo che $3AE + BD$ = cm 51, determinare la misura del lato AB. [*Due soluzioni:* 30 e 33]

3. In un triangolo ABC il punto D del lato AB dista cm 10 da A. La parallela ad AC condotta da D interseca BC nel punto E che dista cm 45 da B. Sapendo che $3BD + 5CE$ = cm 165, determinare la misura del lato AB. *(Posto* $\overline{CE} = 3x$,



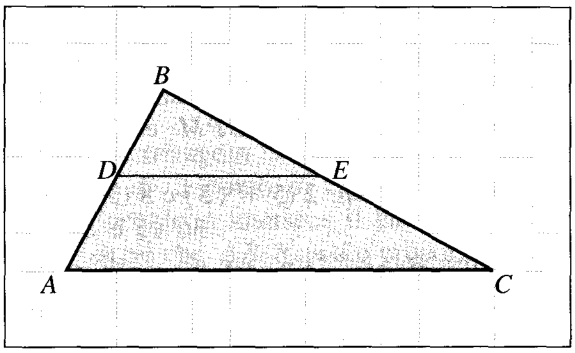
si ha $\overline{BD} = 55 - 5x$; e poiché $AD : CE = BD : BE$, sostituendo ai segmenti le loro misure, ... Il prodotto dei medi è uguale al...).

[*Due soluzioni:* 35 e 40]

4. In un triangolo ABC una parallela ad AC interseca AB nel punto D e BC in E. Sapendo che AD = cm 8, BE = = cm 36 e $4BD + 3EC$ = cm 120, determinare la misura del lato AB.

[*Due soluzioni:* 20 e 26]

5. In un triangolo rettangolo ABC una parallela all'ipotenusa AC interseca AB in D e BC in E, con BD = cm 12 e CE =



= cm 70. Sapendo che $2AD + 3BE$ = = cm 153, determinare il perimetro del triangolo ABC. *(Posto $\overline{AD} = 3x$, si ha $\overline{BE} = 51 - 2x$).*

[*Due soluzioni:* 252 e 258]

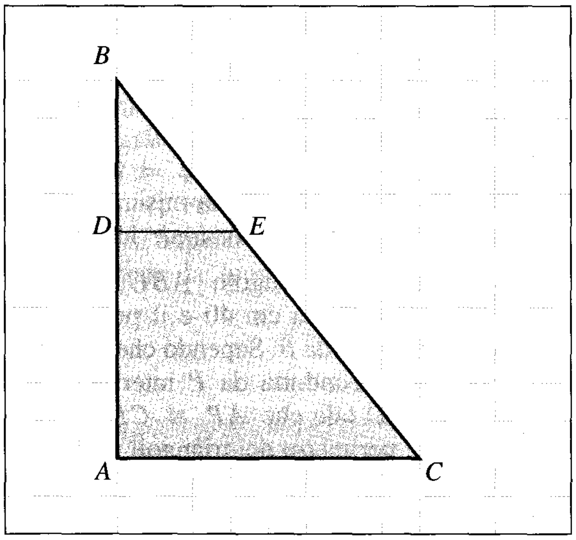
6. In un triangolo rettangolo ABC una parallela all'ipotenusa AC interseca AB in D e BC in E, con BD = cm 20 e CE = = cm 63. Sapendo che $AD + 4BE$ = = cm 144, determinare il perimetro del triangolo ABC.

[*Due soluzioni:* 280 e 312]

7. In un triangolo rettangolo ABC una parallela all'ipotenusa AC interseca AB in D e BC in E, con AD = cm 30 e BE = = cm 24. Sapendo che $8BD + 9CE$ = = cm 504, determinare il perimetro del trapezio $ACED$.

[*Due soluzioni:* 180 e 182]

8. In un triangolo ABC rettangolo in A una parallela ad AC interseca AB in D e BC in E, con BD = cm 15 e CE = cm 26. Sapendo che $2BE + 5AD$ = cm 128,



determinare il perimetro del triangolo DBE. *(Posto $\overline{AD} = 2x$, si ha $\overline{BE}$ = = $64 - 5x$).*

[*Due soluzioni:* 60 e 90]

9. In un triangolo ABC rettangolo in A una parallela ad AC interseca AB in D e BC in E, con BD = cm 8 e CE = cm 85. Sapendo che $AD + 4BE$ = cm 108, determinare il perimetro del trapezio $ADEC$. [*Due soluzioni:* 216 e 230]

10. In un triangolo ABC rettangolo in A una parallela ad AC interseca AB in D e BC in E, con BD = cm 15 e CE = cm 34. Sapendo che $5AD + 6BE$ = cm 252, determinare il perimetro del triangolo

BDE. *(Posto* $\overline{AD} = 6x$, *si ha* $\overline{BE} = 42 - 5x$*)*. [*Due soluzioni:* 40 e 60]

11. In un triangolo ABC una parallela ad AC interseca AB in D e BC in E, con $5BE - 3AD =$ cm 105, $4BE + - 3BD =$ cm 66, $5BE - 3EC =$ cm 75. Determinare la misura del lato AB. *(Posto* $\overline{BE} = 3x$, *si ha* $(4x + - 22)(5x - 25) = (5x - 35) \cdot 3x$*)*. [*Due soluzioni:* 33 e 42]

12. In un triangolo ABC una parallela ad AC interseca AB in D e BC in E. Sapendo che $5BD + 4AD =$ cm 200, $3BD + - 2BE =$ cm 12 e $5BD + 4EC =$ cm 220, determinare la misura del lato AB. *(Posto* $\overline{BD} = 4x$, *si ha* $\overline{AD} = 50 - 5x$, $\overline{BE} = 6x - 6$, $\overline{EC} = 55 - 5x$*)*. [*Due soluzioni:* 44 e 45]

13. In un triangolo ABC una parallela ad AC interseca AB in D e BC in E. Sapendo che $EC - AD =$ cm 10, $5BD + + 7EC =$ cm 745 e $BE + 2EC =$ cm 198, determinare la misura del lato AB. [*Due soluzioni:* 115 e 117]

14. Nel triangolo rettangolo ABC, l'ipotenusa AC è lunga cm 40 e il punto P di AB dista cm 9 da B. Sapendo che la parallela a BC condotta da P interseca AC nel punto D tale che $AP = CD$, determinare il perimetro dei triangoli APD ed ABC. [60; 96]

15. Nel triangolo rettangolo ABC, la parallela ad AB, condotta da un punto D dell'ipotenusa AC, interseca BC nel punto E che dista cm 8 da C. Sapendo che $BC = 2 \cdot CD$ e che $AC + BC =$ cm 45, determinare il perimetro dei triangoli ABC e CDE. Detto H il piede della perpendicolare condotta da B ad AC, provare che BD è la bisettrice dell'angolo HBC. [60; 24]

16. Nel triangolo ABC il punto M del lato AB dista cm 4 da A ed il punto N di BC dista cm 1 da B. La parallela ad MN condotta dal punto E di AC distante cm 5 da A interseca BC nel punto F distante cm 6 da N e cm 8 da C. Determinare l'area del triangolo ABC sapendo che il suo perimetro misura cm 36. *(Condurre da A la parallela...)*. [*Due soluzioni:* $30\sqrt{3}$ e $18\sqrt{6}$]

17. La circonferenza di centro O inscritta nel triangolo ABC, rettangolo in C, tocca il cateto AC in un punto distante cm 4 da A. Determinare il perimetro del triangolo ABC sapendo che la retta AO interseca BC in un punto distante cm $\sqrt{5}$ da O. [24]

18. Nel triangolo ABC, rettangolo in C, la parallela a BC, condotta dal punto P di AB distante $25a$ da A, interseca AC nel punto Q distante $20a$ da A. Sapendo che $AP < PB$ e che il rettangolo di dimensioni uguali ad AB e PQ è equivalente alla differenza dei quadrati di lati AP e PB determinare il perimetro del triangolo ABC. [$84a$]

19. Nel triangolo ABC il punto P del lato AC dista cm 40 da A ed il punto Q di AB dista cm 26 da B. La parallela a QP condotta dal punto D di BC distante cm 24 da B interseca AC nel punto E distante cm 5 da C e cm 30 da P. Determinare il perimetro del triangolo ABC sapendo che la parallela a DE condotta da B interseca AC nel punto M tale che $AP : PM = ME : EC$. [*Due soluzioni:* 189 e 209]

20. Dato il triangolo rettangolo ABC e preso sull'ipotenusa AB il segmento AP uguale a BC, sia M il punto comune a BC e alla parallela ad AC condotta da P. Sapendo che $AB + BC =$ cm 30 e che $BM =$ cm 4, determinare il perimetro del triangolo BPM e l'area del triangolo ABC.
[*Due soluzioni:* $2(5 + \sqrt{5})$ e $8(3 + \sqrt{6})$; $36\sqrt{5}$ e $25\sqrt{6}$]

21. Sull'ipotenusa AB del triangolo rettangolo ABC si prende il punto M. La parallela ad AC condotta da M interseca BC nel punto N. Sapendo che $MB + BN = NC$, $AM = 2 \cdot MB + 2 \cdot BC$, $AB - BC =$ cm 18, determinare il perimetro e l'area del triangolo ABC. [$6(5 + \sqrt{15})$; $18\sqrt{15}$]

22. Nel triangolo rettangolo ABC una parallela all'ipotenusa AB interseca AC nel punto D e BC nel punto E. Determinare

70. Dato il rettangolo $ABCD$, con $AB > BC$, si prenda su CD il segmento $CE = BC$ e si dimostri che CD è tangente alla circonferenza AEH, essendo H la proiezione del punto B sulla diagonale AC. *(Il triangolo ADE è simile...).*

71. Dato un triangolo ABC rettangolo in C, si prenda su AC un segmento AP e su BC il segmento CQ uguale ad AP. Supposto che $AC : BC = AP : PC$, si dimostri che i triangoli ABC e PQC sono simili, che il quadrilatero $ABQP$ è inscrittibile in una circonferenza di centro O e che i triangoli AOB ed OPQ sono equivalenti.

72. Sia O il circocentro del triangolo ABC ottusangolo in C, sia P il centro della circonferenza passante per A e tangente in B a BC e sia Q il centro della circonferenza passante per B e tangente in A ad AC. Si dimostri che il raggio della circonferenza ABC è medio proporzionale tra OP ed OQ.

73. Sia BD l'altezza relativa al lato AC del triangolo acutangolo ABC e sia E il punto in cui la parallela ad AB, condotta dal punto D, interseca BC. Nell'ipotesi che $AB = BC + CD$, dimostrare che AD è uguale al perimetro del triangolo CDE.

74. Nel triangolo rettangolo ABC, l'asse dell'ipotenusa AC interseca il segmento AB in P. Dimostrare che la distanza del punto P da AC è minore della metà di AC e maggiore della metà di BC.

75. Nel triangolo ABC i punti E di AB ed F di AC sono tali che $E\hat{F}C = E\hat{B}C$; dimostrare che $EF : BC = AE : AC$.

76. Dato il triangolo ABC con $\hat{B} = 2 \cdot \hat{C}$, sia P il punto in cui la perpendicolare alla bisettrice dell'angolo A, condotta da B, interseca AC. Dimostrare che $A\hat{B}P = 3 \cdot P\hat{B}C$.

77. Nel triangolo rettangolo ABC sia M un punto del cateto minore AB e sia H il piede dell'altezza relativa all'ipotenusa AC. La circonferenza BMH intersechi BC anche in N e sia P il punto in cui AN interseca CM. Dimostrare che il triangolo APC è equivalente al quadrangolo $BMPN$.

78. Nel triangolo acutangolo ABC l'angolo A è il doppio di $\hat{B}$ e la bisettrice di $\hat{A}$ interseca BC in E. Supposto $AB < BC$, sia P il punto di AC tale che $AB = BP$ e sia D il punto comune ad AE e BP. Dimostrare che $AC = BD$.

79. Nel triangolo rettangolo ABC il punto D del cateto AB, il piede E dell'altezza relativa all'ipotenusa e il punto F del cateto BC sono tali che $D\hat{E}F = 90°$. Sapendo che la distanza del punto D da BE è uguale al segmento PA, dimostrare che AF è la bisettrice dell'angolo A.

80. Nel triangolo rettangolo ABC, sia H il piede dell'altezza relativa all'ipotenusa AC e sia M il punto in cui la bisettrice dell'angolo C interseca AB. La circonferenza BMH intersechi BC anche in N. Dimostrare che la distanza del punto N da BH è uguale al segmento NC.

Similitudine nel piano: problemi di primo grado

1. I cateti di un triangolo rettangolo misurano cm 3 e cm 4. Determinare l'area di un triangolo che sia simile al dato ed abbia l'ipotenusa di cm 40. [384]

2. Un triangolo isoscele ha la base di cm 30 ed il lato di cm 50. Determinare il perimetro di un triangolo che sia simile al dato ed abbia la base di cm 6. [26]

3. Un triangolo ha i lati di cm 4, cm 5 e cm 6. Determinare il perimetro di un triangolo che sia simile al dato ed abbia il lato minore di cm 20. [75]

4. Un triangolo rettangolo ha un cateto di cm 12 e l'ipotenusa di cm 13. Determinare l'ipotenusa di un triangolo simile al dato la cui somma dei cateti è cm 85. [65]

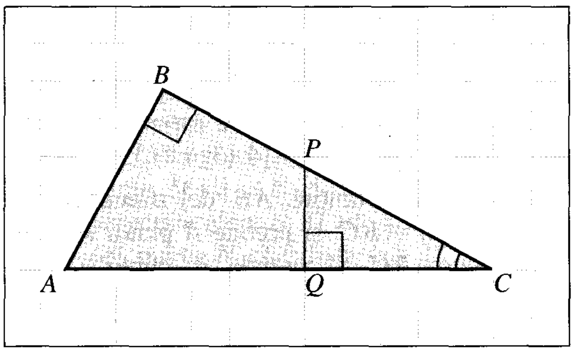
5. Un triangolo ha i lati di cm 15, cm 20, cm 25. Determinare l'area di un triangolo che sia simile al dato ed abbia il perimetro di cm 24. [24]

6. Un triangolo T ha i lati proporzionali ai numeri 2, 3 e 4. Determinare i lati di un triangolo T' che sia simile al dato ed abbia il perimetro di cm 90. *(Anche i lati di T' sono proporzionali...).* [20; 30; 40]

7. È dato un triangolo ABC di lati $AB =$ $=$ cm 40, $BC =$ cm 48, $AC =$ cm 56. Una corda PQ parallela a BC misura cm 30. Determinare il perimetro del triangolo APQ. [90]

8. Nel triangolo ABC il punto E del lato AB dista cm 8 da A e cm 12 da B. La parallela ad AC condotta da E interseca BC nel punto F che dista cm 21 da B. Sapendo che $EF =$ cm 15, determinare il perimetro del triangolo ABC e quello del trapezio $ACFE$. [80; 62]

9. Il triangolo rettangolo ABC ha il cateto AB di cm 36 e l'ipotenusa AC di cm 60.

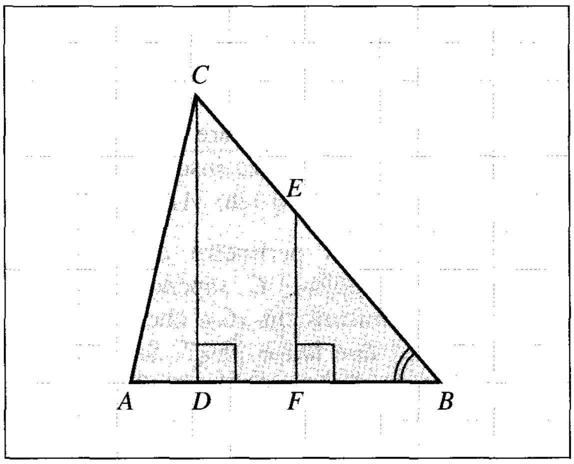


Preso sopra BC il segmento BP lungo cm 3, determinare la distanza di P da AC. *(ABC e PQC sono triangoli simili).* [27]

10. È dato un triangolo ABC di lati $AB =$ $=$ cm 40, $AC =$ cm 50, $BC =$ cm 60. Una parallela ad AC interseca AB in M e BC in N. Determinare il perimetro del triangolo BMN sapendo che $AM = BN$. [60]

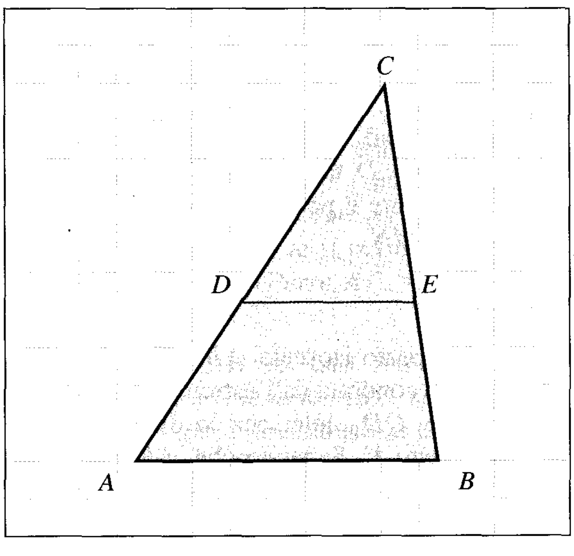
11. Nel triangolo ABC rettangolo in A, il punto P del cateto AB dista cm 2 da A e cm 30 da B. Sapendo che la distanza PQ del punto P da BC è cm 18, determinare l'area del quadrilatero $APQC$. [168]

12. Nel triangolo acutangolo ABC il punto E del lato BC dista cm 20 da B e cm 30 da C. Sapendo che $AB =$ cm 39 ed $AC =$ cm 41, determinare l'area del triangolo e la distanza del punto E da AB.



(L'area va calcolata con la formula di Erone, e $\overline{CD}$ con la formula inversa... BCD e BEF sono triangoli simili). [780; 16]

13. Nel triangolo ABC i lati AB e BC misurano rispettivamente cm 20 e cm 25, ed il punto D di AC dista cm 12 da A e

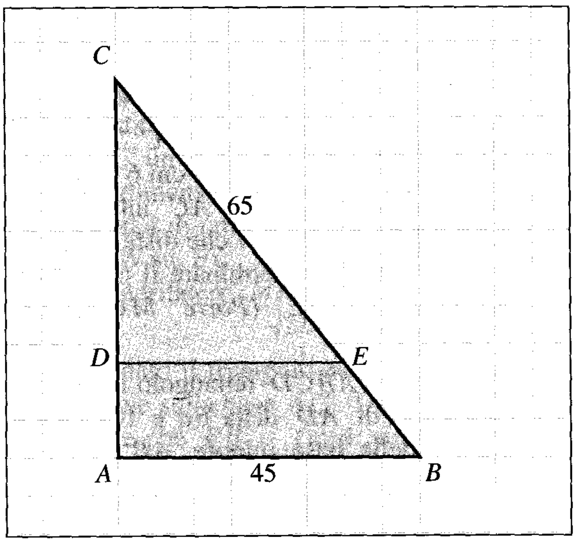


222. Nel triangolo isoscele ABC la base BC misura $20a$ e la corda PQ parallela a BC condotta per l'incentro O misura $12a$. Determinare il perimetro dei triangoli ABC ed APQ. [$50a$; $30a$]

223. Sia M il punto medio del lato maggiore AC del triangolo ottusangolo ABC inscritto nella circonferenza di centro O e raggio lungo cm $8\sqrt{2}$. Sapendo che la retta BM è perpendicolare al raggio OC, si dimostri che i triangoli BMC ed ABC sono simili. Sapendo che $BC = 2 \cdot BM$ e che $OM =$ cm 4, si determini l'area del triangolo ABC. [$28\sqrt{7}$]

Similitudine nel piano: problemi di secondo grado

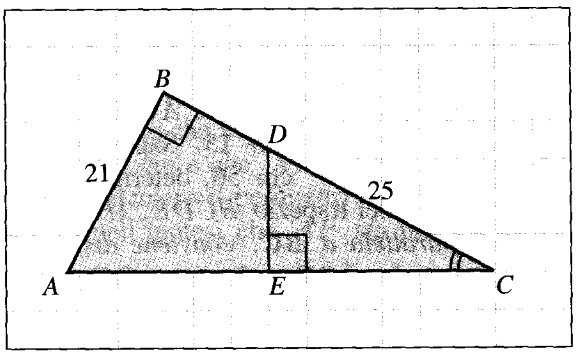
1. Un triangolo ABC rettangolo in A ha il cateto AB di cm 45. Una corda DE parallela ad AB è tale che $CE =$ cm 65. Sapendo che $BC + 3DE =$ cm 192, determinare il perimetro del triangolo ABC.



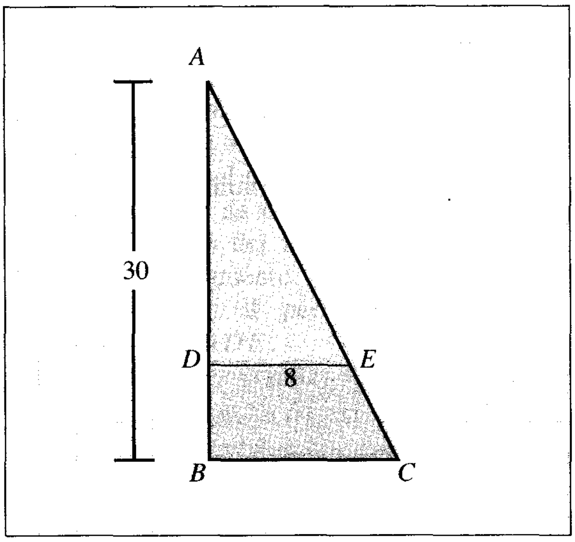
(Dalla similitudine... si ha $AB : DE = BC : EC$. Posto $\overline{DE} = x$ si ha $\overline{BC} = 192 - 3x$ e quindi $45 : x = (192 - 3x) : 65$. Il prodotto dei medi è uguale al...).
[*Due soluzioni:* 180 e 270]

2. Un triangolo ABC rettangolo in A ha il cateto AB di cm 48. Una parallela ad AB interseca AC nel punto D e BC in E, con $CE =$ cm 25. Sapendo che $3BC + 10DE =$ cm 390, determinare il perimetro del trapezio $ABED$. *(Posto $\overline{DE} = 3x$, si ha $\overline{BC} = 130 - 10x$).*
[*Due soluzioni:* 104 e 162]

3. Un triangolo ABC rettangolo in B ha il cateto AB di cm 21. Una corda DE perpendicolare ad AC è tale che $DC =$ cm 25. Sapendo che $AC + 5DE =$ cm 110, determinare il perimetro del triangolo ABC. *(Posto $\overline{DE} = x$, si ha $\overline{AC} = 110 - 5x$; $AB : DE = AC : DC$, ...).* [*Due soluzioni:* 84 e 168]



4. Un triangolo ABC rettangolo in B ha il cateto di cm 66. Una perpendicolare ad AC interseca BC in D ed AC in E, con $CD =$ cm 65. Sapendo che $3AC + 10DE =$ cm 720, determinare il perimetro del quadrilatero $AEDB$. *(Essendo DE perpendicolare ad AC, conviene disporre il triangolo ABC con l'ipotenusa orizzontale).*
[*Due soluzioni:* 186 e 220]

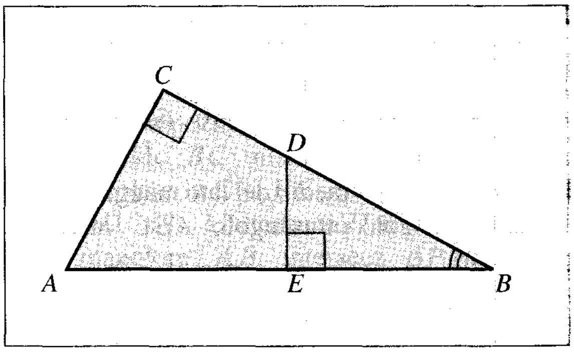


5. Un triangolo ABC rettangolo in B ha il cateto AB di cm 30. La corda DE parallela a BC è lunga cm 8. Sapendo che $8AD + 3BC =$ cm 168, determinare il perimetro del triangolo ABC. *(Posto* $\overline{BC} = 8x$, *si ha* $\overline{AD} = 21 +$ $- 3x$ *e quindi* $30 : (21 - 3x) = 8x : 8$*)*.
[*Due soluzioni:* 80 e 120]

6. Un triangolo ABC rettangolo in B ha il cateto AB di cm 48. Una parallela a BC interseca AB nel punto D e AC nel punto E, con DE = cm 15. Sapendo che $AD + BC$ = cm 56, determinare il perimetro del trapezio $BCDE$. *(Essendo DE parallela a BC, conviene disporre il triangolo ABC col cateto BC orizzontale: vedi figura predente).*
[*Due soluzioni:* 60 e 114]

7. Un triangolo rettangolo ABC ha l'ipotenusa AC di cm 195. Una parallela a BC interseca AB in D ed AC in E, con $DE =$ $=$ cm 30. Sapendo che $3AE + 2BC =$ $=$ cm 384, determinare il perimetro del triangolo ABC. *(Posto* $\overline{BC} = 3x$ *si ha* $\overline{AE} = 128 - 2x$*)*.
[*Due soluzioni:* 450 e 468]

8. Un triangolo rettangolo ABC ha l'ipotenusa AB di cm 85. La corda DE perpendicolare ad AB è lunga cm 16. Sapendo che $AC + 2BD =$ cm 108, determinare il perimetro del triangolo ABC. [*Due soluzioni:* 200 e 204]



9. Un triangolo ABC rettangolo in C ha il cateto BC di cm 72. Una perpendicolare ad AB interseca BC in D ed AB in E con DE = cm 20. Sapendo che $AC +$ $+ 2EB$ = cm 126, determinare il perimetro del triangolo ABC.
[*Due soluzioni:* 180 e 288]

10. Un triangolo ABC rettangolo in C ha il cateto AC di cm 80. Una perpendicolare ad AB interseca BC in D ed AB in E, con EB = cm 21. Sapendo che $BC +$ $+ 3DE$ = cm 144, determinare il perimetro del triangolo ABC.
[*Due soluzioni:* 240 e 280]

11. Nel triangolo rettangolo ABC, il punto M dell'ipotenusa AC dista cm 6 da A. La perpendicolare in M ad AC interseca il cateto BC nel punto N che dista cm 3 da B e cm 5 da C. Determinare il perimetro del triangolo ABC. *(Porre* $\overline{MC} = x$*)*.
[24]

12. Nel trapezio $ABCD$ rettangolo in A e D, il punto E di AD dista $6a$ e $10a$ dagli estremi della base minore AB e si ha $B\hat{E}C = 90°$. Sapendo che $EA : ED =$ $= CD : AD$, determinare il perimetro e l'area del triangolo CDE. *(I triangoli ABE e CDE sono simili).* [$36a$; $54a^2$]

13. Nel trapezio $ABCD$ rettangolo in A e D, la diagonale maggiore AC interseca l'altezza BH nel punto P che dista $4a$ da B e $5a$ da C. Sapendo che $\overline{AP} + \overline{PH} =$ $= 21a$, determinare il perimetro e l'area del trapezio. *(Porre* $\overline{PH} = x$. *Una soluzione si scarta).*
[$6a(2 + 3\sqrt{6})$; $45a^2\sqrt{6}$]

14. Nel triangolo ABC rettangolo in B, il cateto AB misura cm 3 e la bisettrice del-

Triangoli e poligoni con angoli di 30°, 45°, 60°: problemi, di secondo grado

1. Un triangolo ABC rettangolo in C ha il cateto AC lungo cm $4\sqrt{3}$ ed ha un angolo di 30°. Sapendo che $3AB - BC =$ cm 20, determinare il perimetro del triangolo. *(Posto* $\overline{AB} = x$ *si ha* $\overline{BC} = 3x - 20$ *e quindi* $(4\sqrt{3})^2 + (3x - 20)^2 = x^2$. *Solo una soluzione soddisfa...).* [$4(3 + \sqrt{3})$]

2. Un triangolo ABC rettangolo in C ha un angolo di 30°. Sapendo che $5AB - 4BC =$ cm 36 e $AC =$ cm $6\sqrt{3}$, determinare l'area del triangolo. *(Posto* $\overline{AB} = 4x$, *si ha* $\overline{BC} = 5x - 9$. *Una soluzione si scarta perché l'ipotenusa di quel triangolo non è uguale al doppio...).* [($18\sqrt{3}$)]

3. Un triangolo ABC rettangolo in C ha un angolo di 30°. Sapendo che AC cm 15 e $3AB - 2BC =$ cm $20\sqrt{3}$, determinare il perimetro del triangolo. *(Una soluzione si scarta perché quel triangolo non è la metà di un triangolo equilatero).* [$15(1 + \sqrt{3})$]

4. Un triangolo ABC rettangolo in C ha il cateto AC lungo cm $3\sqrt{3}$ ed ha l'angolo in A ampio 30°. Una parallela a BC interseca AB in D ed AC in E. Sapendo che $\overline{AB} \cdot \overline{AD} - \overline{BC} \cdot \overline{DE} - \overline{AE}^2 =$ cm² 6, determinare il perimetro del triangolo AED. *(*$\overline{ED} = x, \overline{AD} = 2x, \overline{AE} = x\sqrt{3}$. *Dalla relazione assegnata...).* [*Due soluzioni:* $3 + \sqrt{3}$ e $2(3 + \sqrt{3})$]

5. Un triangolo rettangolo ABC ha l'angolo in C di 30° e l'ipotenusa BC di cm 8. Una parallela a BC interseca AB in D e AC in E. Sapendo che $\overline{AC} \cdot \overline{AE} - \overline{DE}^2 =$ cm² 8, determinare il perimetro del triangolo ADE. *(*$\overline{AD} = x, \overline{ED} = 2x, \overline{AE} = x\sqrt{3}$*).* [*Due soluzioni:* $3 + \sqrt{3}$ e $2(3 + \sqrt{3})$]

6. Un triangolo ABC rettangolo in A ha l'angolo in C di 30°. Una parallela a BC interseca AB in D e AC in E, con $AE =$ cm $3\sqrt{3}$. Sapendo che $\overline{AE} \cdot \overline{AC} - \overline{AB}^2 =$ cm² 20, determinare il perimetro del triangolo ABC. [*Due soluzioni:* $4(3 + \sqrt{3})$ e $5(3 + \sqrt{3})$]

7. Un triangolo rettangolo ABC ha il cateto AB di cm 12 e l'ipotenusa BC di cm 24. Una parallela a BC interseca AB in D ed AC in E. Sapendo che $\overline{AC} \cdot \overline{AE} - \overline{DE}^2 =$ cm² 80, determinare il perimetro del triangolo ADE. [*Due soluzioni:* $4(3 + \sqrt{3})$ e $5(3 + \sqrt{3})$]

8. Un triangolo ABC rettangolo in A ha l'angolo in C di 30°. Una parallela a BC interseca AB in D ed AC in E, con $AE =$ cm $\sqrt{3}$. Sapendo che $\overline{BC} \cdot \overline{DE} + \overline{AC} \cdot \overline{AE} - \overline{AB}^2 =$ cm² 12, determinare il perimetro del triangolo ABC. [*Due soluzioni:* $3(3 + \sqrt{3})$ e $4(3 + \sqrt{3})$]

9. Un triangolo rettangolo ABC ha il cateto AB di cm 6 e l'ipotenusa BC di cm 12. Una parallela ad AB interseca AC in D ed BC in E. Sapendo che il rettangolo di lati uguali a BE ed EC ha l'area di 32 cm², determinare il perimetro del triangolo CDE. [*Due soluzioni:* $2(3 + \sqrt{3})$ e $4(3 + \sqrt{3})$]

10. In un rettangolo $ABCD$ il punto E della base AB dista cm 6 da A e cm 10 da D; il punto F di BC è tale che $E\hat{F}B = 30°$. Sapendo che il rettangolo di lati uguali a DE ed EF è equivalente alla somma del triangolo AED e del quadrato di lato EF, determinare il perimetro del rettangolo $ABCD$. [*Due soluzioni:* 32 e 34]

11. Determinare il perimetro del triangolo ABC sapendo che l'area è cm² $15\sqrt{3}$, che $\hat{B}$ è ampio 120° e che AB supera BC di cm 4. [30]

12. Determinare il perimetro e l'area del triangolo ABC sapendo che $\hat{B} = 120°$, $AC =$ cm 13, $AB - BC =$ cm 1. [28; $14\sqrt{3}$]

26. Sia M il punto medio del cateto AB del triangolo rettangolo ABC e sia D il punto del cateto AC tale che $DM = DC$. Sapendo che $A\hat{B}C = 60°$ e che DC supera AD di cm 2, determinare il perimetro e l'area del quadrangolo $BCDM$. *(Posto $\overline{MD} = x$ si avrà $x^2 - 14x + 13 = 0$; la radice minore si scarta perché AD...).* [$2(13 + 10\sqrt{3})$; $74\sqrt{3}$]

27. L'angolo B del triangolo ABC è ampio 120°. Il punto M di AC e il punto N di AM sono tali che BMN è un triangolo equilatero. Sapendo che $\overline{AM} = 24a$ ed $\overline{MC} = 25a$, determinare il perimetro del triangolo ABC. [$105a$]

28. La circonferenza inscritta nel triangolo ABC tocca il lato AB nel punto T distante cm 4 da B. Sapendo che BC = cm 14 e che $(AB + BC) : AC = AT : TB$, determinare l'area del triangolo ABC e l'ampiezza dell'angolo A. [$40\sqrt{3}$; 60°]

29. La circonferenza inscritta nel triangolo acutangolo ABC, il cui angolo A è ampio 60°, tocca il lato AB nel punto D che dista cm 3 da A. Determinare il perimetro del triangolo ABC, sapendo che il piede dell'altezza relativa al lato AB coincide con il punto medio di BD. [20]

30. Nel triangolo acutangolo ABC l'angolo A è ampio 60° e l'altezza CH relativa ad AB è lunga cm $4\sqrt{3}$. La perpendicolare ad AB, condotta dal punto D di AH distante cm 3 da A, interseca la retta BC nel punto E. Sapendo che i triangoli ACH e BDE sono equivalenti, determinare il perimetro del triangolo ABC. [20]

31. Nel triangolo isoscele ABC la base BC misura cm $17\sqrt{3}$ e l'angolo al vertice è ampio 120°. Sia PH la distanza di un punto P del lato AC dalla base BC e sia Q il punto medio del segmento PH. Sapendo che $BQ = 2 \cdot AP$, determinare il perimetro del quadrilatero $ABQP$. [57]

32. Nel triangolo rettangolo ABC, sia AH la proiezione del cateto AB sull'ipotenusa AC. Supposto che $AB + AH = HC$, dimostrare che $\hat{C} = 30°$.

Corde, secanti, tangenti: questioni da dimostrare

1. In un triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D. Sapendo che $AD : BD = BD : DC$ e che il prolungamento di BD interseca in M la circonferenza ABC, dimostrare che i triangoli ABC ed AMC sono equivalenti.

2. Nel rettangolo $ABCD$ il punto E di AD e il punto F di BC sono tali che $ED = 2 \cdot FC$. Sapendo che AB è medio proporzionale tra AE ed AD, dimostrare che AB è tangente alla circonferenza BED, che F è il centro di tale circonferenza e che DB è bisettrice dell'angolo ADF.

3. La perpendicolare all'ipotenusa AB del triangolo rettangolo ABC, condotta dal punto medio M di BC, interseca la circonferenza di diametro AB nei punti D ed E. Dimostrare che CM è la bisettrice dell'angolo DCE e che CM è media proporzionale tra DM ed ME.

4. Dato il rettangolo $ABCD$ con $AB > BC$, si prenda su CD il segmento $CP = CB$ e si dimostri che CD è tangente alla circonferenza APH, essendo H il piede della perpendicolare condotta da B ad AC.

5. Dato un trapezio $ABCD$ rettangolo in A e D, sia CH la proiezione della base maggiore CD sulla diagonale AC. Supposto che AB sia tangente alla circonferenza HBC, si dimostri che $AB = AD$.

6. È dato il triangolo ABC con $AB < BC$. Sia P l'altro punto comune alla retta AB

tersecano nel punto E. La circonferenza AED intersechi CD anche in Q e la circonferenza CED intersechi AD anche in P. Si dimostri che $AE = EQ$, che $CE = EP$ e che $AP = CQ$.

22. Data una circonferenza, da un punto A esterno ad essa si conduce la secante AB, la cui parte esterna è AF, e la secante AC la cui parte esterna è AE. Le corde BE e CF s'intersecano nel punto D tale che $AE = ED$ ed $AD = DF$. Dimostrare che $AB = CD$.

23. Dato il quadrangolo convesso $ABCD$ inscrittibile in una circonferenza, si dimostri che se il rettangolo di dimensioni uguali ad AB ed AD è equivalente al rettangolo di dimensioni uguali a BC e CD, anche i triangoli ABD e BCD sono equivalenti.

24. Sul lato AC del triangolo isoscele ABC si prenda il punto P in modo che AP sia uguale all'altezza AH relativa al lato BC. La retta PH intersechi in D la retta della base AB. Supposto che $A\hat{C}B = 45°$, si dimostri che PD è tangente alla circonferenza AHB e che $\overline{HB}^2 : \overline{HD}^2 = PH : PD$.

25. Sia O il circocentro del triangolo acutangolo ABC e sia CH l'altezza relativa ad AB. La retta HO intersechi BC in P. Supposto che O sia il punto medio di HP, dimostrare che il rettangolo delle due parti in cui il lato BC è diviso dal piede della perpendicolare condotta da H a BC è equivalente al rettangolo di lati AH ed HB.

26. Nel triangolo rettangolo ABC sia M il punto medio dell'ipotenusa AC e sia AB il cateto minore. Dal punto P di AB si conduce la perpendicolare PQ ad AC e dal punto E di BC si conduce la perpendicolare EF ad AC. Supposto che $P\hat{M}E = 90°$, dimostrare che $FQ = MA$. *(Si consideri l'ulteriore intersezione della circonferenza $BPME$ con AC).*

27. Sia CH l'altezza relativa all'ipotenusa del triangolo rettangolo ABC. Si prolunghi BC di un segmento CD tale che $\overline{DC} \cdot \overline{CB} = \overline{AH} \cdot \overline{HB}$. Si dimostri che la distanza del circocentro del triangolo ADB da AB è uguale alla metà di CH.

28. Sia M il punto medio dell'ipotenusa AC del triangolo rettangolo ABC e sia D il punto in cui l'asse del segmento MC interseca il cateto maggiore BC. La circonferenza BMD intersechi AB anche in E. Dimostrare che i triangoli DEM ed ABC sono simili e che la distanza del punto M da ED è uguale alla metà di MB.

29. Nel triangolo ABC i punti E ed F di AB e BC rispettivamente sono tali che il circocentro del triangolo coincide col punto medio del segmento EF. Dimostrare che il triangolo è acutangolo e che $\overline{AE} \cdot \overline{BE} = \overline{BF} \cdot \overline{CF}$. *(Da E ed F si conducano le perpendicolari...).*

Corde, secanti, tangenti: problemi di primo grado

1. Due corde AB e CD di una circonferenza s'intersecano in un punto che dista cm 24 da A, cm 32 da B e cm 48 da C. Determinare la lunghezza della corda CD. [64]

2. Data una circonferenza, da un punto A esterno ad essa si conduce la secante AB lunga cm 18, la cui parte esterna AC è cm 4, e la secante AD la cui parte esterna AP è uguale a PD. Determinare la lunghezza della secante AD. [12]

3. Da un punto O esterno ad una circonferenza si conducano la secante OA lunga $16a$, la cui parte esterna OB misura $9a$.

e la secante OC la cui parte esterna OD è tale che $OD : DC = 4 : 5$. Determinare la misura della corda CD. $[10a]$

4. Il punto P comune a due corde AB e CD di una circonferenza dista cm 30 da B e cm 50 da C. Determinare la lunghezza delle due corde sapendo che AP supera PD di cm 10. [55; 65]

5. Da un punto A esterno ad una circonferenza si conducano la secante AB, la cui parte esterna AP misura $6a$, e la secante AC lunga $9a$ la cui parte esterna è AQ. Sapendo che $\overline{BC} = 15a$ e che $B\hat{A}C = 90°$, determinare il perimetro dei triangoli ABC ed APQ. $[36a; 24a]$

6. In una circonferenza di centro O e diametro AB, la corda PQ passa per il punto medio M del raggio OA. Sapendo che M dista cm 27 da P e cm 64 da Q, determinare la misura del segmento AM. [24]

7. Nel triangolo rettangolo ABC il cateto BC misura $20a$ e la circonferenza di centro A e raggio AB interseca l'ipotenusa AC nel punto D distante $8a$ da C. Provare che BC è tangente alla circonferenza e determinare la misura del cateto AB. $[21a]$

8. In una circonferenza di centro O e raggio OA, la corda BC interseca OA nel punto D che dista cm 16 da B. Sapendo che $AD = 2 \cdot DO$ e che $OA = CD$, determinare il raggio della circonferenza. [18]

9. In una circonferenza una corda AB lunga cm 27 interseca una corda CD nel punto P tale che $CP = 5 \cdot PD$. Determinare la lunghezza della corda CD, sapendo che AP è uguale al doppio di PD. [36]

10. Data una circonferenza di raggio lungo cm 7, da un punto P esterno ad essa si conduce una secante PQ la cui parte QT interna al cerchio è uguale al doppio della parte esterna PT. Sapendo che P dista cm 11 dal centro O, determinare il perimetro del triangolo OPQ e la distanza del centro O dalla corda TQ. *(Porre $\overline{PT} = x$).* $[6(3 + \sqrt{6}); 5]$

11. Data una circonferenza di centro O, da un punto A esterno ad essa si conduce la secante AB lunga cm 14 avente la parte esterna AC lunga cm 4. Sapendo che AO supera OB di cm 2, determinare il perimetro dei triangolo AOB e la distanza del centro O dalla corda BC. *(Prolungare AO fino...).* [42; 12]

12. In una circonferenza di centro O e diametro CD, una corda AB interseca CD nel punto P che dista cm 2 da C e cm 3 da B. Determinare la misura delle due corde sapendo che $AP = 2 \cdot OP$. [7; 8]

13. Da un punto O esterno ad una circonferenza si conducono la secante OE lunga cm 21, la cui parte esterna è OA, e la secante OD la cui parte esterna OB è 3/4 di BD. Sapendo che $OA : OB = 2 : 3$, determinare la misura dei segmenti OA, OB, BD. [4; 6; 8]

14. Da un punto A esterno ad una circonferenza si conducono la secante AB, la cui parte esterna è AM, e la secante AC la cui parte esterna è AN. Provare che i triangoli ABC ed AMN sono simili. Sapendo che MN = cm 13, BC = cm 39, $AB + AN$ = cm 20 e $B\hat{A}C = 90°$, determinare l'area del triangolo AMN. [30]

15. In una circonferenza di centro O e raggio lungo cm 45, il punto P di una corda AB dista cm 24 da A e cm 27 da O. Determinare la misura del segmento BP. *(La retta OP interseca...).* [54]

16. Da un punto O esterno ad una circonferenza si conducono la secante OA, la cui parte AP interna al cerchio misura $36a$, e la secante OB la cui parte BQ interna al cerchio misura $18a$. Sapendo che $OP : OQ = 4 : 5$, determinare la misura di OA ed OB. $[60a; 48a]$

17. Da un punto A esterno ad una circonferenza si conducono la secante AB lunga $27a$, la cui parte esterna AM misura $16a$, e la secante AC che sta alla sua parte esterna AN nel rapporto 4/3. Determinare la misura della corda CN ed il rapporto $BC : MN$. *(I triangoli ABC ed ANM sono simili. Infatti $A\hat{B}C$ ed $A\hat{N}M$ sono uguali perché supplementari dello stesso...).* $[6a; 3/2]$

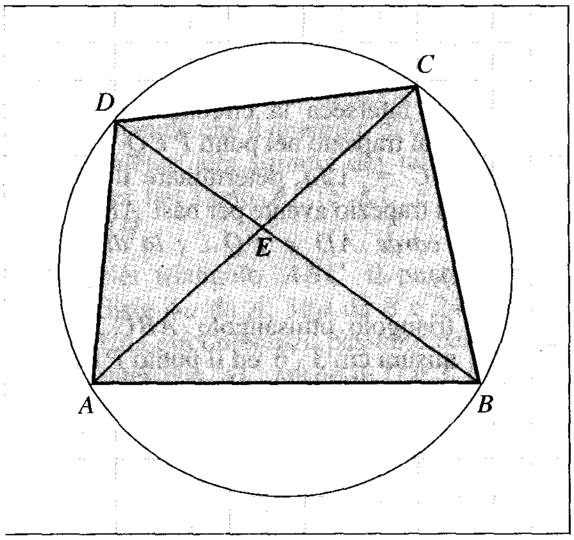
18. Per un punto O esterno ad una circonferenza si conduce la secante OT, la cui parte esterna è OP, e la secante OM la cui

2. Nel quadrilatero $ABCD$ inscritto in una circonferenza il punto E comune alle diagonali dista cm 8 da A e cm 36 da C. Sapendo che $2EB + 3ED =$ $=$ cm 84, determinare la lunghezza della corda BD.
[*Due soluzioni:* 34 e 36]

3. Nel quadrilatero $ABCD$ inscritto in una circonferenza il punto E comune alle diagonali dista cm 24 da A e cm 45 da C. Sapendo che $3EB + 4ED =$ cm 228, determinare il rapporto $AB : CD$. *(Posto $\overline{ED} = 3x$ si ha $\overline{EB} = 76 - 4x$. Il teorema delle corde.... Dalla similitudine dei triangoli AEB e DEC...).*
[*Due soluzioni:* 4/5 e 8/9]

4. Nel quadrilatero $ABCD$ inscritto in una circonferenza il punto E comune alle diagonali dista cm 16 da B e cm 9 da D. Sapendo che $EC + 3EA =$ cm 42, determinare il rapporto $AB : CD$.
[*Due soluzioni:* 2/3 e 8/9]

5. Nel quadrilatero $ABCD$ inscritto in una circonferenza il punto E comune alle diagonali dista cm 96 da B e cm 54 da D. Sapendo che $3AE + 4EC =$ cm 504, determinare la misura della diagonale AC. Sapendo che $CD =$ cm 90, determinare il perimetro del quadrilatero. *(Posto $\overline{EC} = 3x$ si ha $\overline{AE} = 168 - 4x$; il teorema delle corde.... La similitudine dei triangoli AEB, DEC dà $\overline{AB}$; la similitudine dei triangoli AED, BEC dà $AD : BC$; il teorema di Tolomeo...).*
[*Due soluzioni:* 144 e 150; 420 e 430]



6. Nel quadrilatero $ABCD$ inscritto in una circonferenza il punto E comune alle diagonali dista cm 20 da B e cm 16 da D. Sapendo che $AE + 2EC =$ cm 52, determinare la misura della diagonale AC. Sapendo che $CD =$ cm 24, determinare il perimetro del quadrilatero. *(Vedi problema precedente).*
[*Due soluzioni:* 36 e 42; 102 e 111]

7. Nel quadrilatero $ABCD$ inscritto in una circonferenza il punto E comune alle diagonali dista cm 30 da B e cm 24 da D. Sapendo che $2AE + 3EC =$ cm 132, determinare la misura della diagonale AC. Sapendo che $CD =$ cm 36, determinare il perimetro del quadrilatero.
[*Due soluzioni:* 54 e 56; 153 e 156]

8. Nel quadrilatero $ABCD$ inscritto in una circonferenza il punto E comune alle diagonali dista cm 18 da B e cm 32 da D. Sapendo che $CD =$ cm 40 e che $2AE +$ $+ 3EC =$ cm 132, determinare il perimetro del quadrilatero.
[*Due soluzioni:* 142,5 e 155]

9. Nel quadrilatero $ABCD$ inscritto in una circonferenza il punto E comune alle diagonali dista cm 21 da B e cm 27 da D. Sapendo che $CD =$ cm 36 e che $AE +$ $+ 3EC =$ cm 90, determinare il perimetro e l'area del quadrilatero. *(Uno dei quadrilateri degenera).* [136; $512\sqrt{5}$]

10. Due corde AB e CD di una circonferenza si intersecano nel punto E. Sapendo che $AE - CE =$ cm 8, $EB + 2CE =$ $=$ cm 80 e $DE + 4CE =$ cm 136, determinare la lunghezza della corda AB. *(Porre $\overline{CE} = x$).*
[*Due soluzioni:* 72 e 68]

11. Due corde AB e CD di una circonferenza si intersecano nel punto E. Sapendo che $3EB + 5AE =$ cm 555, $3CE +$ $+ 10AE =$ cm 945 e $6AE - ED =$ $=$ cm 396, determinare la lunghezza della corda AB. *(Conviene porre $\overline{AE} = 3x$).*
[*Due soluzioni:* 129 e 131]

12. Due corde AB e CD di una circonferenza si intersecano nel punto E. Sapendo in M ed N. Sapendo che $MN = AD$ e che $MD = EN$, calcolare il perimetro del triangolo ABC. [36]

37. Nel triangolo acutangolo ABC, AD è l'altezza relativa al lato BC e BE è l'altezza relativa al lato AC. Sapendo che $BD = DC + CE$, $AE = 2 \cdot BD$, $AC - CB =$ cm 8, determinare il perimetro del triangolo ABC e del quadrangolo $ABDE$. *(I punti A, B, D, E sono conciclici).*
[$8\,(5 + \sqrt{10})$; $10\,(3 + \sqrt{10})$]

38. Nella semicirconferenza di diametro BC è inscritto il triangolo ABC di lati AB ed AC lunghi $2a\sqrt{3}$ e $4a$ rispettivamente. Su AC si prenda il punto D in modo che, detto M il punto medio di AB, l'angolo MDA sia di 60°. Calcolare la lunghezza della corda intercettata dalla semicirconferenza sulla retta MD.
[$4a$]

39. Sia H l'ortocentro del triangolo acutangolo ABC e siano AD e CE le altezze relative ai lati BC e BA rispettivamente. La circonferenza di centro C e raggio CE interseca la retta AH nei punti P e Q tali che $AP = 2a$ ed $HQ = 5a$. Sapendo che $HE = a\sqrt{5}$, determinare la lunghezza dei segmenti AQ, AH, CD, CB, BQ. [$10a$; $5a$; $2a$; $5a$; $5a$]

40. Nella semicirconferenza di diametro $AE =$ cm $9\sqrt{3}$ è inscritto il triangolo ACE. La corda BD avente l'estremo B sull'arco AC e D sull'arco CE interseca AC in F e CE in G in modo che $BF = GD$. Dimostrare che $\overline{AF} \cdot \overline{FC} = \overline{CG} \cdot \overline{GE}$. Sapendo che $FG =$ cm 3, $CG =$ cm $\sqrt{3}$, determinare il perimetro del triangolo BCD e quello del pentagono $ABCDE$.
[$3\,(3 + \sqrt{2} + \sqrt{3})$; $3\,(3 + \sqrt{2} + 5\sqrt{3})$]

41. Il punto N del cateto AC del triangolo rettangolo ABC è tale che $AN : NC = 4 : 3$; il punto M del cateto BC è tale che il quadrato di lato MB è equivalente al rettangolo di lati AN ed AC. Sapendo che A, B, M, N sono conciclici e che $CM = a\sqrt{7}$ determinare il perimetro dei quadrangolo $ABMN$. *(Porre $MB = x$).* [$2a\,(4 + 3\sqrt{7})$]

Raggio della circonferenza circoscritta ad un triangolo: esercizi e problemi di primo grado

1. Nel triangolo acutangolo ABC il lato AC supera di cm 15 i 5/4 dell'altezza CH, e BC supera di cm 11 i 7/9 di CH. Sapendo che il diametro della circonferenza ABC supera di cm 30 i 35/36 di CH, determinare il perimetro del triangolo ABC.

(Posto $\overline{CH} = x$ si ha $\overline{AC} = \dfrac{5}{4}x + 15$, ..., E poiché $2R \cdot h_c = a \cdot b$, si ha...).
[162]

2. Nel triangolo acutangolo ABC il lato AC supera di cm 10 i 25/24 dell'altezza CH, e BC supera CH di cm 4. Sapendo che il diametro della circonferenza ABC supera AC di cm 5, determinare il perimetro del triangolo ABC. [168]

3. Nel triangolo acutangolo ABC il lato AC supera di cm 8 i 7/6 dell'altezza CH, e BC supera CH di cm 4. Sapendo che il diametro della circonferenza ABC supera AC di cm 5, determinare il perimetro del triangolo ABC. [320]

4. Nel triangolo ABC ottusangolo in A, l'altezza CH è lunga cm 1 meno dei 5/8 di BC. Sapendo che $4AC = 3BC$ e che il diametro della circonferenza ABC è lungo cm 2 più dei 6/5 di BC, determinare il perimetro del triangolo ABC.

(Posto $\overline{BC} = x$ *si ha* $\overline{CH} = \frac{5}{8}x - 1$, $\overline{AC} = \frac{3}{4}x$, *... Ma* $2R \cdot h_c = a \cdot b$, *per cui...).*

[84]

5. Nel triangolo acutangolo ABC il lato AB supera di cm 4 i 6/5 dell'altezza BH, e BC supera di cm 25 i 15/16 di BH. Sapendo che il diametro della circonferenza ABC supera di cm 35 i 9/8 di BH, determinare il perimetro del triangolo ABC. [320]

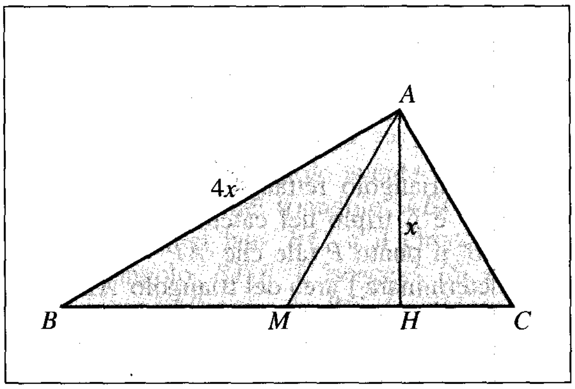
6. Nel triangolo acutangolo ABC il lato AB supera di cm 3 i 3/2 dell'altezza BH, e BC supera di cm 10 i 10/9 di BH. Sapendo che il diametro della circonferenza ABC supera di cm 20 i 5/3 di BH, determinare il perimetro del triangolo ABC. [108]

7. Nel triangolo acutangolo ABC il lato AB supera di cm 6 i 4/5 di BC, e l'altezza BH supera di cm 3 i 2/4 di BC. Sapendo che il diametro della circonferenza ABC supera di cm 2 gli 8/5 di BC, determinare il perimetro del triangolo ABC. [108]

8. Nel triangolo acutangolo ABC il lato AB è lungo 5 cm meno dei 9/8 di BC, e l'altezza BH supera di cm 2 i 3/4 di BC. Sapendo che il diametro della circonferenza ABC è lungo cm 10 meno dei 3/2 di BC, determinare il perimetro del triangolo ABC. [128]

9. Nel triangolo ABC ottusangolo in B, i lati AB ed AC misurano cm 12 e cm $4\sqrt{15}$. Sapendo che il raggio della circonferenza ABC è uguale al doppio di BC, determinare l'area del triangolo dato. [$6\sqrt{15}$]

10. Nel triangolo ABC ottusangolo in A, siano AH l'altezza ed AM la mediana relative a BC. Sapendo che $AB = 4AH$, $CH = HM$ e che il raggio della circonferenza ABC misura $4a\sqrt{2}$, determinare il perimetro del triangolo AMC. *(*$\overline{AH} = x$*,* $\overline{AB} = 4x$*;* $\overline{BH} = \sqrt{} = x\sqrt{15}$, $2R \cdot h = ... \Rightarrow 8ax\sqrt{2} = 4x \cdot \overline{AC} \Rightarrow \overline{AC} = 2a\sqrt{2}$. *Da* $BM = MC$



ed $MH = HC$ *segue* $BH = 3HC$*, e quindi* $\overline{HC} = \frac{x\sqrt{15}}{3}$; $\overline{AC} = \sqrt{} = \frac{2}{3}x\sqrt{6}$; $\frac{2}{3}x\sqrt{6} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow x = a\sqrt{3}$*).*

[$2a(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})$]

11. I lati AB, BC ed AC del triangolo ABC misurano rispettivamente $74a$, $26a$ e $96a$. Preso su AC il segmento AD uguale al doppio di BC, provare che i raggi delle circonferenze ABD e BCD sono uguali ad AB e BC rispettivamente.

12. Nel triangolo ABC la bisettrice dell'angolo B interseca AC nel punto D e si ha $AB = BD$. Dimostrare che i raggi delle circonferenze ABD ed ABC stanno tra loro come $AD : DC$.

13. Il triangolo acutangolo ABC ha l'altezza AH di cm 12, l'area di cm² 84 e il lato AB di cm 15. La bisettrice dell'angolo BAH interseca HB in D. Calcolare la distanza fra i centri delle circonferenze ABC ed ADH. [15/8]

14. Dato un triangolo ABC isoscele sulla base AB, e preso sulla retta AB un punto D, dimostrare che le circonferenze ADC e BDC sono uguali.

15. Nel triangolo ABC rettangolo in B, il punto P del cateto BC dista $9a\sqrt{7}$ da B e il raggio della circonferenza APC misura $32a$. Sapendo che $AB : AC = 9 : 16$, determinare il perimetro del triangolo ABC. [$15a(5 + \sqrt{7})$]

16. Nella circonferenza di centro O e raggio lungo $65a$ è inscritto il triangolo ABC, ottusangolo in B, il cui lato AB misura